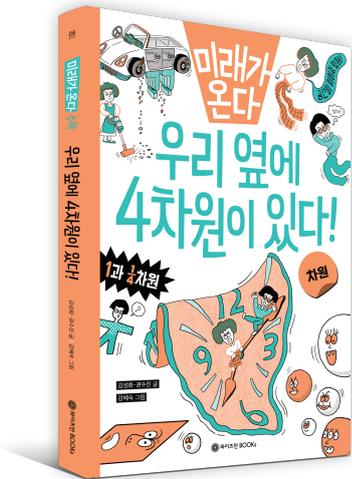


# 미래가 온다

## 우리 옆에 4차원이 있다!



김성화·권수진 글 | 강혜숙 그림 | 와이즈만 BOOKs

이 책은 차원이라는 흥미로운 주제를 다루며, 0차원부터 시작하여 1차원, 2차원, 3차원 세계의 특징을 설명해 줍니다. 또한 프랙털과 같이 부분이 전체와 닮은 수학적 도형과 그것이 자연 속에서 어떻게 나타나는지 설명하여 수학이 현실과 밀접하게 연결되어 있음을 보여 줍니다.

### 1. 책 내용을 확인해요!

Q

퀴즈를 통해 책에서 본 내용을 다시 떠올려봐요!

질문

답

- ① 2차원 세계는 (ㄱ)과 (ㄴ)만 있는 납작한 (ㄷ) 세계입니다.
- ② 3차원 세계의 휴대 전화를 완전 납작한 2차원 생명체가 본다면 무엇으로 보일까요?

- ③ 《플랫랜드》 이야기의 주인공인 스퀘어 씨는 어떤 모양의 생명체인가요?
- ④ 스퀘어 씨가 잠시 방문했던 1차원 세계(라인랜드)에서 왕의 모습은 무엇으로 보였나요?
- ⑤ 2차원 세계에 완벽하게 동그란 수박이 떨어졌습니다. 2차원 생명체에게 이 수박은 무엇으로 보일까요?
- ⑥ 프랙털은 부분을 확대하면 전체 모습과 (ㄷㅇ) 수학적 도형을 말해요.
- ⑦ 우리가 살아가는 3차원 공간은 휘어져 있거나 구겨져 있지 않다? (O/X)
- ⑧ 우리 우주가 4차원 시공간이라고 불리는 이유는 3차원 공간에 (ㅅㄱ) 차원이 더해졌기 때문입니다.
- ⑨ 물리학자들은 우리 우주가 원래 \_\_\_\_ 차원으로 시작되었다고 말해요.
- ⑩ 4차원 세계에서는 아무리 돌리고 뒤집어도 절대 오른손 장갑이 왼손 장갑이 될 수 없다? (O/X)

## 2. 깊이 생각하고 탐구해요!

다음 질문들을 읽고 자신의 생각을 자유롭게 적어보세요.

1. 책에서는 엄마가 벽을 통과하거나 냉장고 문을 열지 않고 우유를 꺼내요. 이런 일들이 고차원 세계에서는 평범한 일이라는데, 이것이 3차원과 2차원 세계의 관계에 비추어 볼 때 어떻게 가능한 일일까요?

-----

-----

2. 우리는 3차원 공간에 살고 있기 때문에 4차원을 상상하기 어렵다고 해요. 2차원 세계에 사는 납작한 생명체가 3차원 공간을 상상하기 어려운 이유와 우리가 4차원을 상상하기 어려운 이유가 어떻게 같다고 할 수 있을까요?

-----

-----

3. 책에서는 우리가 사는 3차원 공간이 사실은 휘어져 있거나 구겨져 있을 수 있다고 이야기해요. 이 사실이 우리에게 어떤 점을 새롭게 알려주었나요? 그리고 이 내용이 흥미롭거나 놀라웠다면 그 이유는 무엇인가요?

-----

-----

### 3. 함께 이야기 나눠요!(독서 토론)

다음 주제에 대해 친구들과 함께 이야기 나누고, 서로의 생각을 공유해보세요.

- 1 여러분은 고차원 세계가 정말 있다고 믿나요?  
만약 있다면, 우리 삶에 어떤 영향을 줄 수 있을까요?
- 2 만약 여러분이 《플랫랜드》 이야기처럼 4차원 세계를 경험하고 돌아온다면, 다른 사람들에게 어떻게 설명해야 사람들이 믿을까요?
- 3 프랙털 구조를 이용해 작은 공간에 많은 것들을 넣을 수 있어요.  
프랙털이 우리 생활 속 다른 곳에 어떻게 적용될 수 있을까요?

### 4. 더 깊은 탐구에 도전해요!

이 책을 읽고 궁금해진 내용이나 더 알고 싶은 수학 주제가 있다면 아래 탐구 주제 중 하나를 선택하여 깊이 탐구해보세요!

1. 프랙털의 아름다움과 활용:  
자연 속 프랙털(브로콜리, 번개, 해안선 등)을 직접 찾아보고, 프랙털이 예술이나 기술 분야(예: 안테나 디자인, 컴퓨터 그래픽)에서 어떻게 활용되는지 조사해 봅시다.
2. 아인슈타인의 상대성 이론과 시공간:  
책에서 언급된 아인슈타인의 시공간 개념을 더 깊이 탐구하고, 상대성 이론이 우리 우주에 대한 이해를 어떻게 바꾸었는지 알아봅시다.  
(예: GPS 작동 원리 등)

3. 끈 이론과 다차원 우주:  
물리학자들이 우리 우주가 10차원이라고 믿는 이유인 '끈 이론'에 대해 조사하고, 숨겨진 차원의 개념이 무엇인지 탐구해 봅시다.
4. 차원과 이야기:  
《플랫랜드》 외에 차원을 다룬 다른 공상 과학 소설이나 영화 (예: 인터스텔라, 테넷 등)를 찾아보고, 작품 속에서 차원이 어떻게 묘사 되고 활용되는지 분석해 봅시다.
5. 우리 주변의 차원 측정하기:  
책에서 산은 2.3차원, 구름은 1.35차원 등으로 표현되는 '프랙털 차원' 개념을 이용해, 우리 주변의 다른 자연물이나 사물의 차원을 상상해보고 그 이유를 설명해 봅시다.

## 5. 수학으로 놀아요!(확장 활동)

배운 내용을 바탕으로 즐겁게 수학과 놀아볼까요?

### 차원 점프 그림 그리기

#### ·2차원 납작이가 본 3차원 물체 그려보기:

여러분이 완전 납작한 2차원 생명체라고 상상하고, 3차원 물체(예: 휴대폰, 동전, 지우개 등)를 눈앞에 놓았을 때 무엇으로 보일지 직접 그림으로 표현해 보세요.

#### ·4차원 물체의 전개도 상상하기:

3차원 정육면체의 전개도를 보고, 4차원 초정육면체는 어떤 전개도를 가질지 상상하여 그려보세요. (이것을 3차원에서 접을 수 있을까요?)

## 프랙털 직접 만들기

코흐의 눈송이 곡선 또는 칸토어의 먼지 만드는 방법을 찾아보고, 직접 종이에 그려보거나 컴퓨터 프로그램(예: 스크래치 등)을 활용하여 만들어 보세요.

반복되는 규칙을 발견하고, 부분이 전체와 닮았다는 프랙털의 특징을 확인해 봅시다.

## '차원' 단어 게임

일상생활에서 '차원'이라는 단어가 사용되는 문장이나 표현 (예: "차원이 다른 맛", "그 사람은 차원이 달라")을 떠올려 보고, 원래 수학적인 차원(0차원, 1차원, 2차원, 3차원 등)의 의미와 어떻게 연결되거나 다르게 사용되는지 친구들과 이야기해 보세요.

## 1. 책 내용을 확인해요!

- 문제: 2차원 세계는 **\*\*( $\neg \rightleftharpoons$ )\*\***와 **\*\*( $\sphericalangle$ )\*\***만 있는 납작한 ( **$\square$** ) 세계입니다.
  - 정답: 가로, 세로, 평면 [18p]
  - 해설: 2차원의 기본 개념을 확인하는 문제입니다.
- 문제: 3차원 세계의 휴대 전화를 완전 납작한 2차원 생명체가 본다면 무엇으로 보일까요?
  - 정답: 직선 [22~23p]
  - 해설: 차원 간의 시각 차이를 이해하는지 확인합니다. 3차원 물체의 단면만 보인다는 핵심 개념입니다.
- 문제: 《플랫랜드》 이야기의 주인공인 스퀘어 씨는 어떤 모양의 생명체인가요?
  - 정답: 정사각형 [36p]
  - 해설: 책 속 이야기의 주요 인물에 대한 이해를 확인합니다.
- 문제: 스퀘어 씨가 잠시 방문했던 **\*\*1차원 세계(라인랜드)\*\***에서 왕의 모습은 무엇으로 보였나요?
  - 정답: 점 [40p]
  - 해설: 1차원 세계에서 2차원 생명체인 스퀘어 씨가 1차원 생명체를 인식하는 방식(점)을 확인합니다.
- 문제: 2차원 세계에 완벽하게 동그란 수박이 떨어졌습니다. 2차원 생명체에게 이 수박은 무엇으로 보일까요?
  - 정답: 점 (처음 달은 부분만 보이다가 수박을 들어 올리면 점이 사라집니다) [32p]
  - 해설: 3차원 물체가 2차원 세계에 투영될 때 보이는 모습에 대한 이해를 심화합니다.
- 문제: 프랙털은 부분을 확대하면 전체 모습과 ( **$\infty$** ) 수학적 도형을 말합니다.
  - 정답: 닳은 [110p]
  - 해설: 프랙털의 정의를 확인하는 문제입니다.

7. 문제: 다음 문장이 맞으면 **O**, 틀리면 **X**에 표시해 보세요. 우리가 살아가는 3차원 공간은 휘어져 있거나 구겨져 있지 않습니다. (**O/X**)
- 정답: **X** [96p]
  - 해설: 아인슈타인의 시공간 개념에 대한 이해를 확인하는 문제입니다. 과학자들의 관측으로 우주 공간이 휘어져 있음이 밝혀졌습니다.
8. 문제: 우리 우주가 4차원 시공간이라고 불리는 이유는 3차원 공간에 (스) 차원이 더해졌기 때문입니다.
- 정답: 시간 [99p]
  - 해설: 시공간 개념의 핵심 요소를 확인합니다.
9. 문제: 물리학자들은 우리 우주가 원래 ( )차원으로 시작되었다고 말합니다.
- 정답: **10**차원 [119p]
  - 해설: 최신 우주론에 대한 간략한 정보를 확인합니다.
10. 문제: 4차원 세계에서는 아무리 돌리고 뒤집어도 절대 오른손 장갑이 왼손 장갑이 될 수 없습니다. (**O/X**)
- 정답: **X** [76p]
  - 해설: 4차원 세계의 특성을 이해하는지 확인하는 문제입니다. 4차원에서는 뒤집는 것이 가능하여 오른손 장갑이 왼손 장갑이 될 수 있습니다.

---

## 2. 깊이 생각하고 탐구해요!

1. 문제: 책에서는 엄마가 벽을 통과하거나 냉장고 문을 열지 않고 우유를 꺼내는 상상을 이야기합니다. 이런 일들이 고차원 세계에서는 기적이 아니라 평범한 일이라고 설명하는데, 이것이 **3차원**과 **2차원** 세계의 관계에 비추어 볼 때 어떻게 가능할까요? 여러분의 생각으로 설명해 보세요.

○ 해설:

- **3차원** 존재인 우리가 **2차원** 평면(식탁) 위의 물건(휴대폰)을 만지거나 **2차원** 그림을 그리는 것처럼, **4차원** 존재는 **3차원** 공간의 물건을 **4차원**의 미지의 방향으로 조작할 수 있습니다.
- **2차원** 생명체에게는 **3차원** 물체가 순간적으로 나타났다가 사라지는 것처럼 보이듯이, **3차원**에 사는 우리에게 **4차원** 생명체가 나타났다가 사라지는 것은 가능합니다.
- 벽을 통과하는 것도 마찬가지입니다. **2차원** 생명체에게 벽은 직선처럼 보이지만, **3차원** 존재는 그 벽 위로 (위쪽 방향으로) 넘어가거나 들어갈 수 있는 것처럼, **4차원** 존재는 **3차원** 벽을 **4차원**의 미지의 방향으로 통과할 수 있습니다.

2. 문제: 우리는 **3차원** 공간에 살고 있기 때문에 **4차원**을 상상하기 어렵다고 합니다. **2차원** 세계에 사는 납작한 생명체가 **3차원** 공간을 상상하기 어려운 이유와 우리가 **4차원**을 상상하기 어려운 이유가 어떻게 같다고 할 수 있을까요?

○ 해설:

- **2차원** 생명체는 가로와 세로만 있는 납작한 평면에 살기 때문에 '위쪽'이나 '아래쪽'이라는 '높이'의 개념, 즉 '공간'을 상상할 수 없습니다. **3차원** 물체를 보아도 단면인 직선이나 원으로만 보입니다.
- 마찬가지로 **3차원** 공간에 사는 우리는 가로, 세로, 높이 외에 **\*\*4차원에 있는 '그것'\*\***이 무엇인지 상상할 수 없습니다. **4차원** 방문객이 나타나도 그 진짜 모습을 알 수 없으며, **4차원** 물체는 우리가 상상하기 어려운 '초입체'의 형태로 존재한다고 합니다. 즉, 자신들이 인식하는 차원 밖의 차원적 개념은 상상하기 어렵다는 공통점을 가지고 있습니다.

3. 문제: 책에서는 우리가 사는 3차원 공간이 사실은 휘어져 있거나 구겨져 있을 수 있다고 이야기합니다. 이 사실이 우리에게 어떤 점을 새롭게 알려주었나요? 그리고 이 내용이 가장 흥미롭거나 놀라웠던 이유는 무엇인가요?

○ 해설:

- 새롭게 알게 된 점: 우리가 평소에 인지하지 못하지만, 우리가 살고 있는 지구 표면이 휘어져 있는 것처럼, 더 나아가 우리가 살고 있는 3차원 공간 자체도 휘어져 있거나 구겨져 있을 수 있다는 점입니다. 또한, 과학자들이 실제로 우주 공간이 휘어져 있음을 관측했으며, 휘어진 공간에서는 시간이 느리게 흐른다는 아인슈타인의 발견이 가장 중요합니다. 이는 시간과 공간이 서로 분리된 것이 아니라 밀접하게 연결되어 있다는 것을 의미합니다.
- 흥미롭거나 놀라웠던 이유: 학생들이 직접 생각하고 토론할 수 있도록 유도합니다. 예를 들어, '시간과 공간이 연결되어 있다는 것이 신기하다', '내가 사는 세상이 실제로는 구부러져 있다는 것이 상상하기 어렵다' 등의 답변이 나올 수 있습니다.

---

### 3. 함께 이야기 나눠요! (독서토론)

1. 주제: 여러분은 고차원 세계가 정말 있다고 믿나요? 만약 있다면, 우리 삶에 어떤 영향을 줄 수 있을까요?

○ 해설:

- 믿음: 책에서는 수학자들이 고차원 세계가 존재한다고 믿는다고 설명합니다. 우리가 4차원 시공간에 살고 있다는 것은 물리 법칙으로 설명되는 현실입니다. 학생들이 공상 과학적 상상과 수학/과학적 사실을 구분하여 생각해 볼 수 있도록 지도합니다.
- 영향: 만약 미지의 다른 차원이 존재하고 우리가 그 차원과 상호작용할 수 있다면, 현재 불가능하다고 생각하는 많은 일들(예: 순간이동, 물체 투과, 병 고치기 등)이 가능해질 수 있다는 상상을 이끌어낼 수 있습니다. 이는 과학 기술 발전의 상상력의 원천이 될 수 있음을 강조합니다.

2. 주제: 만약 여러분이 《플랫랜드》 이야기처럼 4차원 세계를 경험하고 돌아온다면, 다른 사람들에게 어떻게 설명해야 믿어줄 수 있을까요?

○ 해설:

- 스퀘어 씨의 실패 원인: 플랫랜드 주민들은 '위쪽'이라는 개념 자체를 상상할 수 없었기 때문에 스퀘어 씨의 설명을 이해하지 못했고, 그가 너무 잘난 척했기 때문이기도 합니다. 스피어가 금고의 돈을 사라지게 하는 등 직접적인 '기적'을 보여주었지만, 주민들은 이를 마술이나 사기로 치부했습니다.
- 효과적인 설명 방법: 학생들이 타인의 입장을 고려하여 설득하는 방법을 고민하게 합니다.
  - 간접적인 증거: 사진, 영상 등 3차원에서는 불가능한 현상(예: 물체가 갑자기 사라지거나, 뒤집히는 모습)을 기록하여 보여주는 것.
  - 비유와 예시: 2차원에서 3차원을 이해시키기 위해 스피어가 했던 것처럼, 우리 주변의 쉬운 비유를 들어 설명하기.
  - 점진적인 접근: 0차원, 1차원, 2차원의 개념부터 차근차근 설명하고, 새로운 차원을 받아들일 수 있는 환경을 만드는 것.
  - 경험 공유: 가능하다면, 직접 짧게나마 경험시켜 주는 것 (이론적으로 불가능하지만 상상해 보도록).

3. 주제: 프랙털 구조를 이용해 작은 공간에 많은 것들을 넣을 수 있어요. 프랙털이 우리 생활 속 다른 곳에 어떻게 적용될 수 있을까요?

○ 해설:

- 프랙털의 효율성: 작은 공간 안에 많은 정보를 담거나, 복잡한 기능을 수행하거나, 넓은 표면적을 확보하는 데 유리하다는 점을 강조합니다.
- 적용 분야:
  - 도시 계획: 복잡한 도로망, 전력망 등을 효율적으로 배치하여 공간 낭비를 줄이고 접근성을 높이는 데 활용될 수 있습니다.
  - 건물 디자인: 좁은 공간에 많은 기능을 넣거나, 공기 순환 등을 효율적으로 하는 디자인에 적용될 수 있습니다.
  - 물건 수납/포장: 작은 상자 안에 많은 물건을 효율적으로 넣는 방법, 또는 깨지기 쉬운 물건을 안전하게 포장하는 구조 등.
  - 컴퓨터 네트워크: 인터넷 연결망처럼 데이터를 효율적으로 전송하는 구조.
  - 친환경 에너지: 태양광 패널의 표면적을 넓히는 디자인, 열 교환기의 효율성 증대 등.

---

#### 4. 더 깊은 탐구에 도전해요! (책을 읽고 난 후 주제를 확장해 탐구를 할 수 있는 주제 5가지 제시)

1. 프랙털의 아름다움과 활용: 자연 속 프랙털(브로콜리, 번개, 해안선 등)을 직접 찾아보고, 프랙털이 예술이나 기술 분야(예: 안테나 디자인, 컴퓨터 그래픽)에서 어떻게 활용되는지 조사해 봅시다.
  - 해설: 학생들이 프랙털의 시각적 아름다움과 실용적 가치를 동시에 탐구하며 수학이 자연과 기술에 어떻게 녹아 있는지 이해하도록 돕습니다.
2. 아인슈타인의 상대성 이론과 시공간: 책에서 언급된 아인슈타인의 시공간 개념을 더 깊이 탐구하고, 상대성 이론이 우리 우주에 대한 이해를 어떻게 바꾸었는지 알아봅시다. (예: GPS 작동 원리 등)
  - 해설: 4차원 시공간 개념을 과학사적 맥락에서 이해하고, 실제 현대 기술(GPS)에 어떻게 적용되는지 연결하여 학습의 동기를 부여합니다.
3. 끈 이론과 다차원 우주: 물리학자들이 우리 우주가 10차원이라고 믿는 이유인 '끈 이론'에 대해 조사하고, 숨겨진 차원의 개념이 무엇인지 탐구해 봅시다.
  - 해설: 현재 물리학의 최전선에 있는 다차원 우주론에 대한 호기심을 자극하고, 이론 물리학의 영역으로 탐구를 확장하도록 유도합니다.
4. 차원과 이야기: 《플랫랜드》 외에 차원을 다룬 다른 공상 과학 소설이나 영화(예: 인터스텔라, 테넷 등)를 찾아보고, 작품 속에서 차원이 어떻게 묘사되고 활용되는지 분석해 봅시다.
  - 해설: 수학적 개념이 어떻게 상상력을 통해 대중문화 콘텐츠로 구현되는지 탐구하며 융합적 사고를 기릅니다.
5. 우리 주변의 차원 측정하기: 책에서 산은 2.3차원, 구름은 1.35차원 등으로 표현되는 '프랙털 차원' 개념을 이용해, 우리 주변의 다른 자연물이나 사물의 차원을 상상해보고 그 이유를 설명해 봅시다.
  - 해설: 프랙털 차원 개념을 실생활에 적용하여 관찰력을 높이고, 추상적인 수학 개념을 구체적인 사물과 연결하는 능력을 배양합니다.

---

## 5. 수학으로 놀아요! (기타 확장활동 즉, 실생활과 연계된 놀이나 탐구활동)

### 1. 활동: 차원 점프 그림 그리기

- **2차원** 납작이가 본 **3차원** 물체 그려보기: 학생들이 직접 **2차원** 생명체의 시점에서 **3차원** 물체를 상상하고 그려보게 합니다. (예: 휴대폰을 위에서 보면 사각형, 옆에서 보면 직사각형 단면, 정면에서 보면 또 다른 직사각형).
- **4차원** 물체의 전개도 상상하기: **3차원** 정육면체의 전개도를 참고하여 **4차원** 초정육면체의 전개도를 상상하여 그려보게 합니다. 이 전개도를 **3차원**에서는 접을 수 없다는 점을 인지하도록 지도합니다.
- 해설: 차원의 개념을 시각적으로 체형하고, 다른 차원에서 사물을 인지하는 방식을 상상력을 통해 경험하게 합니다. 추상적인 개념을 구체적인 그림으로 표현하는 활동입니다.

### 2. 활동: 프랙털 직접 만들기

- 코흐의 눈송이 곡선 또는 칸토어의 먼지 만드는 방법을 찾아보고, 직접 종이에 그려보거나 컴퓨터 프로그램(예: 스크래치 등)을 활용하여 만들어 보세요. 반복되는 규칙을 발견하고, 부분이 전체와 닮았다는 프랙털의 특징을 확인해 봅시다.
- 해설: 학생들이 직접 프랙털을 만들어 보면서 '부분과 전체의 자기 닮음'이라는 프랙털의 핵심 개념을 체득하게 합니다. 수학적 규칙이 아름다운 형태를 만들어내는 과정을 경험하게 합니다.

### 3. 활동: '차원' 단어 게임

- 일상생활에서 '차원'이라는 단어가 사용되는 문장이나 표현 (예: "차원이 다른 맛", "그 사람은 차원이 달라")을 떠올려 보고, 원래 수학적인 차원(**0차원**, **1차원**, **2차원**, **3차원** 등)의 의미와 어떻게 연결되거나 다르게 사용되는지 친구들과 이야기해 보세요.
- 해설: '차원'이라는 단어가 일상생활에서 비유적으로 어떻게 사용되는지 탐구하고, 그 비유적 의미가 수학적 차원의 개념에서 출발했음을 이해하게 합니다. 언어와 수학의 연결 고리를 찾아보는 활동입니다.