



일상이 특별해지는 수학의 세계

수학이 빛나는 순간



독후활동지 &

책속코너 정답 및 해설지

교사용



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

교사용 활동지 활용 방법

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \sqrt[n]{a^m} = \frac{m}{n}\sqrt[n]{a}$$

이 책의 다섯 가지 활동지는 학생이 책을 읽고 사고하며, 탐구와 표현을 통해 수학적 성장을 경험하도록 제작되었습니다. 각 활동은 2022 개정 수학과 핵심 역량(문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리)을 기반으로 구성되어 있으며, 독서 활동, 탐구 수업, 수행평가, 포트폴리오 평가 등 다양한 수업 맥락에 맞춰 선택적으로 사용하시기를 바랍니다.

1. 책을 읽으면서 함께 하는 활동지 (1~3번)

① 시크릿 미션 해결하기, ② 토크토크 수학 배틀, ③ 한 걸음 더! 탐구노트는 학생이 본문을 읽으며 바로 사고하고 기록할 수 있도록 설계된 활동지입니다. 각 장이나 소주제별로 한두 개의 활동을 발췌하여 읽기와 병행하면 좋습니다.

- **시크릿 미션** : 개념을 체험하며 수학적 사고를 시작하는 활동
 - **토크토크 수학 배틀** : 여러 관점을 논리적으로 비교·토론하는 활동
 - **한 걸음 더! 탐구노트** : 데이터를 탐색하고 결론을 도출하는 탐구형 활동
- ⇒ 단원 도입, 개념 정리 또는 심화 탐구 단계에서 자유롭게 선택하세요.

2. 성찰과 진로 중심 활동지 (4~5번)

④ 나의 수학이 빛나는 순간은 한 학기 학습이 끝난 후, 학생이 자신의 성장과 진로를 되돌아보며 성찰하도록 하는 활동지입니다. 독서 활동 후, 프로젝트 마무리, 학기말 정리 시간 등에 활용하면 좋습니다.

⑤ 나만의 수학 이야기 쓰기는 책을 읽고 얻은 영감을 바탕으로 학생 스스로 수학적 글감(소주제)을 발굴하여 창의적으로 표현하는 활동입니다. 학기말 포트폴리오, 독서 후 확장 활동, 혹은 ‘나만의 수학 책 만들기’ 프로젝트로 활용하면 좋습니다. 나아가 학급별로 수학 이야기를 모아서 책 한권을 만드는 것도 의미가 있습니다.

3. 수행평가 및 관찰 평가 연계

- 다섯 가지 활동지는 모두 형성적 수행평가로 활용할 수 있습니다. 정답 중심 평가가 아니라, 사고 과정·표현력·탐구 태도 중심으로 평가해주세요.
- 특히 각 활동지에 포함된 <교사용 관찰 및 평가 포인트>는 관찰평가 시 학생의 핵심 역량(문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리) 발현을 기록할 때 활용하기 좋습니다.



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

교사용 활동지 활용 방법

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \sqrt[n]{\overline{a}} = \frac{m}{n} \sqrt[m]{a}$$

4. 활용 팁

- 한 번에 모든 활동지를 사용하기보다는, 단원·학기·프로젝트 성격에 따라 선택적으로 운영하는 것이 좋습니다.
- 활동 후에는 학생의 기록을 모아 독서 포트폴리오나 학기말 성찰 노트로 정리해두면, 세특(교과세부능력특기사항) 작성 시 정의적 특성, 탐구 태도, 진로 탐색 근거를 구체적으로 기록하기 좋습니다. 관련된 교과 단원은 교육과정 연계표를 참고하세요.

초등 수학 교과 연계	중등 수학 교과 연계
수와 연산	수와 연산 자료와 가능성 변화와 관계 도형과 측정

5. 활동지 운영 및 평가 가이드라인

순서	활동명	관련 핵심 역량 (2022 수학과 교육과정 핵심 역량)	주요 포인트	활용 시기·방법
1	시크릿 미션 해결하기	문제해결 역량 · 추론 역량	주어진 조건을 분석하고 여러 전략으로 문제를 해결하며, 수학 개념을 체험적으로 이해한다.	단원 도입 또는 개념 적용 단계. 활동 중심 수행평가나 흥미 유발용으로 적합합니다.
2	토크토크 수학 배틀	의사소통 역량 · 추론 역량	수학 개념에 대한 서로 다른 관점을 논리적으로 비교하며 논증 능력과 비판적 사고를 기른다.	단원 마무리·확장 단계. 토론형 수업이나 비판적 사고력 평가로 적합합니다.
3	한 걸음 더! 탐구노트	문제해결 역량 · 정보처리 역량 · 연결 역량	스스로 탐구 주제를 설정하고 자료를 수집·분석하여 결론을 도출하며 수학의 실생활 활용을 탐색한다.	프로젝트나 심화 탐구 활동 중간 단계. 탐구 보고서형 수행평가로 활용하기에 좋습니다.
4	나의 수학이 빛나는 순간	의사소통 역량 · 연결 역량	수학 학습 경험을 성찰하고, 자신의 성장과 진로를 수학적 관점에서 재해석한다.	학기 말·프로젝트 마무리 시. 학습 성찰문·진로 탐색 활동으로 적합합니다.
5	나만의 수학 이야기 쓰기	문제해결 역량 · 의사소통 역량 · 연결 역량	수학적 개념을 기반으로 자신만의 주제를 발굴·표현하며 창의적 사고를 확장한다.	독서 후 확장 활동이나 학기말 포트폴리오용 창의 글쓰기 활동으로 적합합니다.



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

1. 시크릿 미션 해결하기



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



교사용 지도 TIP

- 미션은 정답 확인보다 '사고 과정'을 기록하는 데 목적이 있습니다.
- 학생이 스스로 문제를 재구성하거나, 비슷한 사례를 찾아 확장하도록 유도해주세요.
- 풀이 과정에서 표, 미션은 정답 확인보다 그림, 코드, 실험 등 다양한 표현 방식을 허용해주세요.
- 완성 후에는 학생이 직접 '핵심 개념 한 줄 정리'를 적어보게 하세요.

• 교사용 관찰 및 평가 포인트

관찰 영역	관찰 및 평가 포인트
1. 탐구 과정 이해	문제 해결 과정에서 주어진 조건을 분석하고, 다양한 방법으로 접근하며 수학 개념을 적용한다. 시도와 오류를 통해 개념 이해를 심화한다
2. 논리적 추론력	해결 과정에서 자신의 생각을 근거 있게 설명하며, 단계별로 논리를 전개한다. 수학적 언어나 기호를 상황에 맞게 사용한다.
3. 창의적 접근	주어진 문제를 단순히 계산하지 않고, 새로운 방법이나 시각으로 해결하려고 시도한다. 다양한 표현(표, 식, 그래프 등)을 활용한다.
4. 학습 태도 및 성찰	문제 해결의 과정을 즐기며, 해결되지 않은 부분을 스스로 점검하거나 다른 방법을 탐색하려는 태도를 보인다.

1 미션 제목과 내용

책 속 시크릿 미션을 읽어 적고, 문제나 상황을 간단히 요약해보세요

()쪽 미션 제목 :

0.0 미션 내용 나만의 언어로 정리해보기 :





$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc =$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc =$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

1. 시크릿 미션 해결하기

$$\sqrt[n]{ra^n} = \frac{mn}{n}\sqrt[n]{a^n}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{n}{n}\sqrt[n]{a^n} = \frac{mn}{n}\sqrt[n]{a^n}$$

2 탐색 및 해결 과정

문제를 해결하기 위해 어떤 방법을 시도했는지 단계별로 기록하세요. 계산, 그래프, 실험, 검색 등 다양한 시도를 자유롭게 적어도 됩니다.

3 탐구 확장하기

이 활동에서 더 깊이 탐구하거나 새롭게 떠오른 질문이 있다면 적고 해결해보세요. 비슷한 사례나 응용할 수 있는 주제도 좋습니다.

4 느낀 점 및 핵심 한 줄 정리

활동을 통해 깨달은 점, 인상 깊었던 내용, 새롭게 이해한 개념을 한 줄로 정리해보세요.





$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ -\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

2. 토크토크 수학 배틀

$$\sqrt[n]{ia'} = \frac{mn}{n} \sqrt[n]{a'}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a'}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a'}}{\sqrt[n]{b}} \quad \sqrt[n]{ia'} = \frac{mn}{n} \sqrt[n]{a'}$$



교사용 지도 TIP

- 정답이 없는 문제를 다양한 논리로 탐색하는 과정이 핵심입니다. 학생들이 한쪽 입장을 무조건 ‘이기려는’ 방식보다, 상대의 논리를 이해하고 반박하는 과정에 초점을 맞추세요.
- 근거 제시 시 ‘사실(데이터) - 해석(논리) - 판단(가치)’의 구조로 말하도록 지도하면 좋습니다.
- 토론 후에는 “내 생각의 변화”를 반드시 기록하게 해주세요.
- 만약 실제 토론이 어렵다면, 학생이 스스로 두 입장을 모두 정리해 비교하는 활동으로 대체해도 좋습니다.

• 교사용 관찰 및 평가 포인트

관찰 영역	관찰 및 평가 포인트
1. 관점 이해력	제시된 수학적 논제의 양쪽 입장을 이해하고, 각각의 근거를 파악한다. 상대의 주장을 경청하며 비판적으로 수용한다.
2. 논증 및 표현력	자신의 주장을 논리적으로 전개하고, 근거를 구체적 사례나 수학 개념과 연결해 설명한다. 말과 글을 통해 사고를 명확히 표현한다.
3. 사고 확장력	찬반 구도를 넘어서 새로운 관점이나 절충안을 제시한다. 수학을 다른 영역(과학, 철학, 사회 등)과 연관 지어 사고를 넓힌다.
4. 협업 및 소통 태도	토론에서 상대를 존중하며, 자신의 생각을 설득력 있게 전달한다. 비판보다는 논리적 교류를 통해 학습적 성장으로 이어간다.

1 토론 주제와 관점 정리하기

책 속 토크토크 수학 배틀 주제를 읽고 적고, 문제나 상황을 간단히 요약해보세요.

()쪽 배틀 주제 :

③④ 해당 주제를 나만의 언어로 정리해보기 :

◆ 어떤 관점이 있는지 정리하기 :



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2} (a+b+c) \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2} (a+b+c) \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

2. 토크토크 수학 배틀

$$\sqrt[n]{ia^n} = \frac{m}{n} \sqrt[a]{a^n}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{\sqrt[n]{a^n}}{\sqrt[n]{b^n}} = \frac{m}{n} \sqrt[a]{a^n}$$

2 내 주장은?

위의 관점 중에서 내가 지지하는 관점을 표시하고, 이유를 적어보세요.

3 상대 주장은?

내가 지지하지 않는 관점의 내용을 정리해보세요.

(친구의 주장, 혹은 자료 조사를 바탕으로 한 다른 관점도 좋습니다.)

4 토론 후 생각이 어떻게 변화했나요?

토론을 하거나 두 입장을 비교해본 뒤, 내 생각이 달라졌다면 이유를 써보세요.

5 느낀 점 및 핵심 한 줄 정리

활동을 통해 깨달은 점, 인상 깊었던 내용, 새롭게 이해한 개념을 한 줄로 정리해보세요.



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

3. 한 걸음 더! 탐구 노트

$$\sqrt[n]{ra} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a} \quad \sqrt[n]{ra} = \sqrt[n]{a}$$

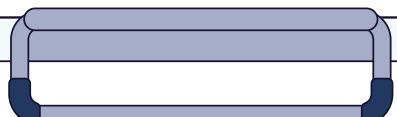


교사용 지도 TIP

- 이 활동은 '수학적 탐구 과정'을 기록하는 보고서형 활동지입니다.
- 탐구 과정에서 가설 설정, 실험(또는 계산), 관찰, 결론의 흐름이 드러나도록 지도해주세요.
- 정답보다는 '탐구의 방향과 사고의 깊이'를 평가하세요.
- 실제 데이터를 수집하거나 그래프·그림을 추가로 그려넣는 것을 허용하면 좋습니다.

• 교사용 관찰 및 평가 포인트

관찰 영역	관찰 및 평가 포인트
1. 주제 설정 및 문제의식	책 속 개념이나 활동에서 탐구 가능한 주제를 스스로 찾아 설정한다. 단순한 사실 나열이 아니라 '왜?'라는 문제의식을 포함한다.
2. 탐구 설계력	탐구 목표를 세우고, 필요한 자료·방법(계산, 실험, 시각화 등)을 구체적으로 계획한다. 탐구 과정의 논리적 구조를 설계한다.
3. 결과 해석 및 사고력	탐구 결과를 수학적으로 분석하고, 그 의미를 자신의 언어로 해석한다. 데이터를 근거로 결론을 도출하며, 한계나 의문점을 함께 제시한다.
4. 확장적 사고	탐구 결과를 바탕으로 새로운 질문을 제시하거나, 다른 맥락으로 확장한다. 개념 간의 관계를 통합적으로 사고한다.



1 탐구 주제와 목표

책 속 '한 걸음 더' 주제를 읊겨 적고, 내가 탐구하고자 하는 목표를 한 문장으로 써보세요.

()쪽 탐구 노트 주제:

Q.Q 해당 주제를 나만의 언어로 정리해보기 :





$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

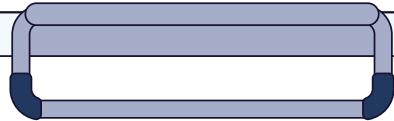


$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

3. 한 걸음 더! 탐구 노트

$$\sqrt[n]{ra} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a} \quad \sqrt[n]{ra} = \sqrt[n]{a}$$



2 탐구 가설 또는 예상하기

이 주제를 탐구하기 전에 내가 세운 가설이나 예상은 무엇인가요?

3 탐구 방법

탐구를 위해 어떤 자료를 수집하거나, 어떤 방법(계산, 실험, 시각화, 조사 등)을 사용했나요?





$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

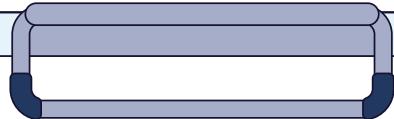


$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

3. 한 걸음 더! 탐구 노트

$$\sqrt[n]{ra^n} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{a}} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a}$$



4 탐구 결과 및 해석

탐구를 통해 얻은 결과를 정리하고, 그 의미를 설명해보세요.

5 느낀 점 및 핵심 한 줄 정리

탐구를 통해 알게 된 핵심 내용을 한 문장으로 정리하세요.

6 한 걸음 또 나아가기

이 주제에서 더 확장해 탐구해보고 싶은 새로운 질문이나 아이디어를 적어보세요.

추가로 탐구를 이어나가보세요.





$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ -\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

4. 나의 수학이 빛나는 순간



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$



교사용 지도 TIP

- ‘정답 없는 활동’으로, 글쓰기나 그림, 도표 등 다양한 표현 방식을 허용하세요.
- 학생의 태도·성찰·메타인지적 언어를 중심으로 평가합니다.
- 학급 전시, 독후활동 포트폴리오, 수행평가로도 활용 가능합니다.
- 짧은 글이라도 “왜 그렇게 생각했는가?”를 반드시 써보게 해주세요.

• 교사용 관찰 및 평가 포인트

관찰 영역	관찰 및 평가 포인트
1. 자기 성찰력	수학 학습 과정에서 느낀 어려움, 깨달음, 흥미 요소를 구체적으로 돌아보며 스스로의 학습 태도와 변화 과정을 성찰한다. 단순한 감상에 그치지 않고, 자신의 사고나 태도가 어떻게 달라졌는지를 서술한다.
2. 수학적 의미 인식	수학을 단순한 계산 도구로 보지 않고, 사고의 언어·탐구의 도구·세상 이해의 틀로 인식한다. 수학적 개념을 삶, 사회, 예술, 언어 등 다양한 영역과 연관 지어 해석한다.
3. 성장 및 자기 이해	학습 과정에서 발견한 자신의 강점·약점을 인식하고, 수학을 통해 스스로 성장한 부분을 명확히 표현한다. ‘나는 어떤 방식으로 사고하는가’에 대한 자기 이해를 드러낸다.
4. 진로 및 미래 확장성	수학 학습이 자신의 진로, 흥미, 가치관 형성에 어떤 영향을 주었는지 설명하며, 이를 토대로 미래의 방향이나 목표를 구체화한다. 수학과 삶을 연결지어 스스로의 진로 가능성과 탐색한다.

1 나를 움직인 문장

책에서 가장 기억에 남는 문장이나 장면을 고르고, 그 이유를 써보세요.

()쪽 인상 깊었던 문장 :

○○ 그 이유 :



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ -\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

4. 나의 수학이 빛나는 순간



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

$$\sqrt[n]{ia^i} = \frac{mn}{n}\sqrt[n]{a^i}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a^i}{b^j}} = \frac{n}{n}\sqrt[n]{a^i} \quad \sqrt[n]{ia^i} = \frac{mn}{n}\sqrt[n]{a^i}$$

2 수학이 빛났던 순간

내가 수학을 배우거나 탐구하면서 ‘아, 수학이 이렇게 멋있구나!’ 느꼈던 순간을 떠올려보세요.

예 친구와 토론하다가 서로 다른 풀이가 같은 결론에 닿았을 때 / 데이터를 그래프로 표현했을 때 / 어려운 문제를 스스로 설명할 수 있게 되었을 때

3 나의 빛나는 수학 성장기

이번 활동을 통해 내가 새롭게 발견한 나의 강점이나 달라진 점은 무엇인가요?

예 계산보다 패턴 찾기에 강하다 / 수학을 문장으로 설명하는 게 쉬워졌다 / 문제를 끌어까지 붙잡는 끈기가 생겼다

4 수학과 함께 빛나는 나의 미래

수학이 나의 일상과 생각, 그리고 진로 선택에 어떤 영향을 주었나요? 앞으로 수학과 함께 어떤 길을 걸어가고 싶은지, 다짐이나 계획을 적어보세요.

예 데이터를 보면 세상을 다르게 보게 되었다 / 논리적으로 생각하는 습관이 생겼다 / “틀리지도 괜찮아, 이유를 찾는 게 진짜 공부야.” / 동기부여나 데이터 분석에 흥미가 생겨 관련 진로를 탐색하고 싶다

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2} (a+b+c) [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \quad \star \star$$

5. 나만의 수학 이야기 쓰기



교사용 지도 TIP

- 이 활동은 책 속에서 인상 깊었던 주제나 문제의식을 출발점으로 삼아, 학생 스스로 ‘나만의 수학적 글감’을 발굴해보는 창의 확장 활동입니다.
 - 학생이 실제 책의 내용을 기반으로 써도 좋고, 책에서 얻은 영감을 바탕으로 전혀 새로운 수학적 주제를 정해도 좋습니다.
 - 글쓰기, 카드뉴스, 짧은 설명문, 스케치 등 자유 형식으로 표현하게 하세요.
 - 쉽게 말해, 이 책처럼 하나의 소주제를 써본다고 생각하면 좋습니다. 어렵고 복잡하지 않아도 되니, 초중고등학교 학생들이 이해할 수 있도록, 나만의 수학 이야기를 녹일 수 있도록 해주세요.

• 교사용 관찰 및 평가 포인트

관찰 영역	관찰 및 평가 포인트
1. 주제 발견력	책의 내용이나 탐구 활동을 기반으로 흥미로운 수학적 주제를 스스로 찾아내며, 자신만의 시각에서 문제의식을 형성한다. 단순한 요약 수준을 넘어 주제의 방향을 창의적으로 확장한다.
2. 탐구 사고력	선택한 주제와 관련된 수학 개념·원리를 논리적으로 연결하고, 탐구 과정에서 근거와 이유를 명확히 제시한다. 수학적 사고를 일상적 맥락이나 다른 학문과 연관지어 사고를 확장한다.
3. 표현력 및 창의성	자신의 생각을 글, 그래프, 그림, 카드뉴스 등 다양한 방식으로 표현하며, 수학적 내용을 독창적이고 이해하기 쉽게 전달한다. 표현을 통해 주제의 핵심이 명확히 드러난다.
4. 성찰 및 의미화	수학적 아이디어를 단순 지식으로 머물지 않고, 개인의 경험·가치·진로와 연결해 의미를 재구성한다. 수학을 통해 자신과 세상을 바라보는 관점의 변화를 드러낸다.

1 나만의 소주제 정하기

책에서 흥미롭게 읽은 부분, 혹은 떠오른 새로운 수학적 아이디어를 주제로 정해보세요.

2 이 주제를 선택한 이유

이 주제가 왜 흥미롭거나 의미 있다고 느꼈나요?



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ -\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

5. 나만의 수학 이야기 쓰기



$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

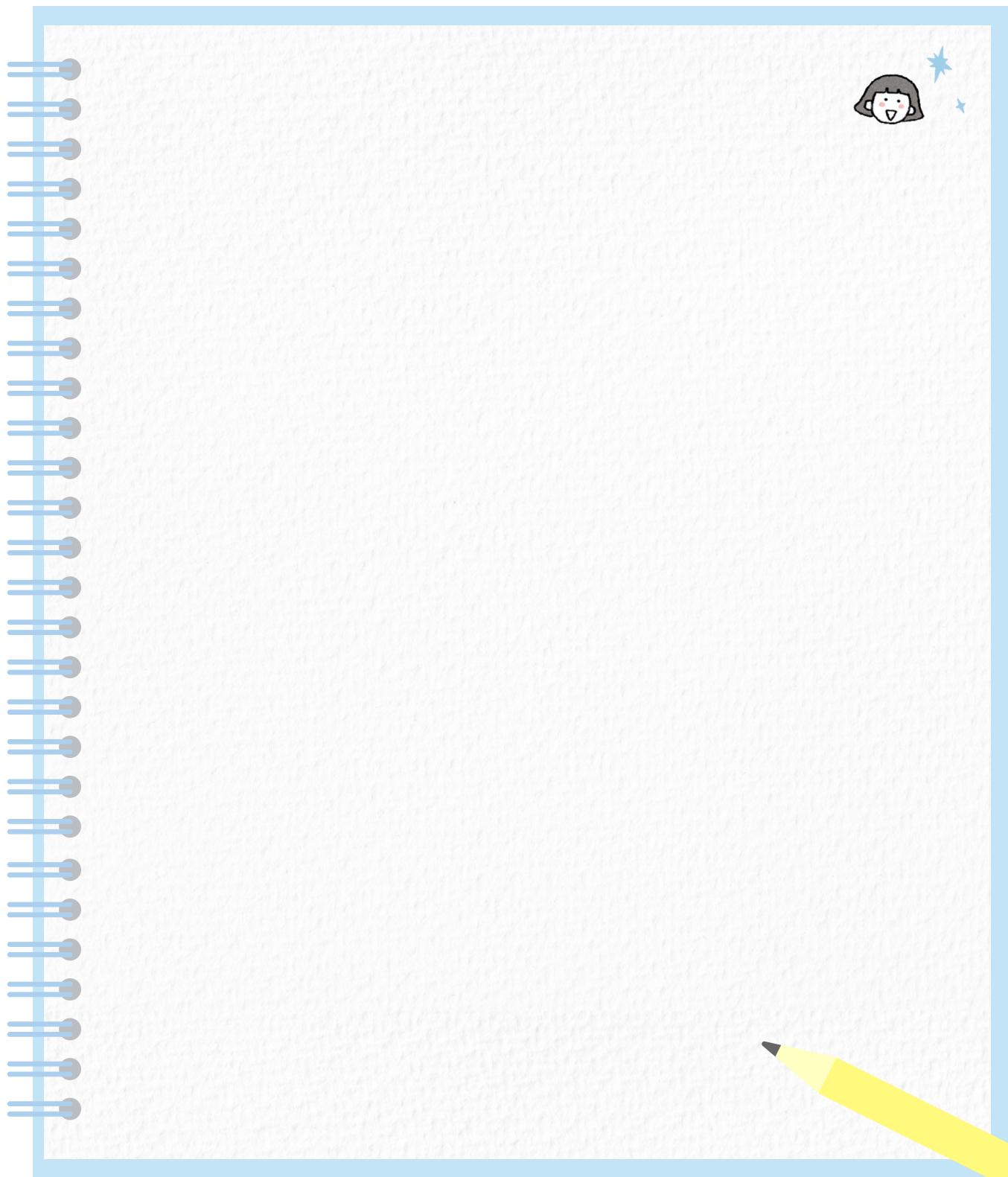
$$\sqrt[n]{ra} = \frac{mn}{n}\sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \sqrt[n]{ra} = \frac{mn}{n}\sqrt[n]{a}$$

3 나의 수학 이야기

이 주제를 바탕으로 ‘나만의 수학 글’을 써보세요. 책 내용을 바탕으로 써도 좋고, 자신의 생각을 확장해도 좋습니다.

[글, 그림, 그래프, 예시, 코드 등 자유 형식]



책 속 코너 정답 및 해설지

15쪽 시크릿 미션: 이 연도는 언제일까요? (주제: 로마 숫자 연도 해석)

☞ 1939년입니다. $M(1000) + CM(900) + XXX(30) + IX(9) = 1939$

18쪽 시크릿 미션: 숫자와 수의 기원을 살펴보아요. (주제: 숫자와 수의 기원 탐구)

☞ 수는 양, 순서, 개수 등 추상적 개념 그 자체이며, 숫자는 수를 표현하기 위한 기호입니다. 역사적으로 인류가 수를 어떻게 인식하고 표현해왔는지 (예: 쌈기 문자, 상형 문자, 로마 숫자, 인도-아라비아 숫자 등) 탐구하는 활동입니다.

20쪽 토크토크 수학 배틀: 수학은 자연의 법칙일까요, 인간의 발명일까요? (주제: 수학의 발견 vs 발명)

☞ 정답은 없습니다. 발견의 관점에서는 황금비가 해바라기 씨, 앵무조개 등 자연계에 이미 존재하므로 인간이 찾아냈을 뿐이라고 주장합니다. 발명의 관점에서는 황금비라는 개념과 비율(1:1.618...)은 인간이 세상을 설명하기 위해 만든 약속이자 도구일 뿐이라고 주장합니다.

24쪽 시크릿 미션: 프랑스어로 1999를 어떻게 발음할까요? (주제: 프랑스어 숫자 발음)

☞ mille-neuf-cent-quatre-vingt-dix-neuf (밀-뇌프-상-카트르-뱅-디즈-뇌프). 1000(mille) + 900(neuf-cent) + 99(quatre-vingt-dix-neuf)의 조합입니다. 99는 $4 \times 20 + 10 + 94$ 라는 독특한 구조를 가집니다.

26쪽 시크릿 미션: 검색하지 말고 직접 탐색하세요! (주제: 도서관 분류 탐색)

☞ 도서관에서 특정 주제(예: 500번대 과학, 510번대 수학)의 서가를 둘러보며 책들이 어떤 논리적 순서로 배열되어 있는지 관찰하는 활동입니다. 이를 통해 십진분류법의 체계성과 지식의 연결성을 체험할 수 있습니다.

29쪽 토크토크 수학 배틀: 생성형 인공지능의 두 얼굴을 토론해 보세요. (주제: 생성형 AI의 장단점 토론)

☞ 적극 활용 측은 방대한 데이터 분석을 통한 창의성 증대와 생산성 향상을 근거로 듭니다. 사용 자제 측은 학습 데이터의 편향성, 할루시네이션(환각), 수학적 모델의 불확실성으로 인한 정보 왜곡 가능성을 근거로 비판적 사용을 주장합니다.

32쪽 시크릿 미션: 소수를 찾아보세요. (주제: 소수 찾기 및 분포 분석)

☞ 소수는 수가 커질수록 등장 빈도가 낮아지는 경향을 보입니다. '에라토스테네스의 체'를 이용하면 쉽게 찾을 수 있습니다. 컴퓨터로 1부터 300까지 소수의 개수를 구하면 62개입니다.

38쪽 시크릿 미션: 베다 수학의 원리를 찾아보세요. (주제: 베다 수학 원리 탐구)

☞ 베다 수학의 곱셈법은 분배법칙과 관련이 깊습니다. 예를 들어, 92×98 은 $(100-8) \times (100-2)$ 로 변환할 수 있습니다. 이를 전개하면 $10000 - 200 - 800 + 16 = 9016$ 이 됩니다. 베다 수학은 이 과정을 직관적인 단계로 단순화한 것입니다.

46쪽 토크토크 수학 배틀: 내가 피타고라스학파였다면요? (주제: 무리수의 발견에 대한 입장 토론)

☞ 기존 철학 고수 입장: '만물은 수(유리수)다'라는 학파의 기본 원리를 지키기 위해 히파소스의 증명을 이단으로 취급하고 숨기려 했을 것입니다. 히파소스 지지 입장: 논리적 증명은 거부할 수 없는 진리이므로, 기존의 믿음이 틀렸음을 인정하고 학문의 세계를 확장해야 한다고 주장했을 것입니다.

56쪽 시크릿 미션: 숫자가 거의 없는 수학책? (주제: 고등 수학의 증명 탐구)

☞ 칸토어의 대각선 논법은 '실수의 집합이 자연수의 집합보다 크다(셀 수 없다)'는 것을 증명하는 방법입니다. 모든 실수를 나열했다고 가정한 뒤, 각 실수의 n 번째 소수점 자리와 다른 새로운 실수를 만들어 나열에 빠진 수가 있음을 보여주는 방식(귀류법)으로, 숫자 계산보다 논리적 전개로 이루어집니다.

57쪽 한 걸음 더! 탐구노트: 소수의 패턴과 끝나지 않은 수수께끼 (주제: 소수의 패턴과 미해결 문제)

☞ 소수 판정법으로는 '에라토스테네스의 체', '어떤 수 n 이 소수인지 알려면 \sqrt{n} 보다 작은 소수들로만 나누어보는 방법' 등이 있습니다. 소수의 분포는 불규칙해 보이지만 '올림 나선'처럼 숨겨진 패턴이 암시되기도 합니다. 리만 가설, 골드바흐 추측 등은 아직 해결되지 않은 소수 관련 난제입니다.

66쪽 시크릿 미션: 나만의 데이터를 시각화해 보세요. (주제: 데이터 시각화 실습)

☞ 예시: 반 친구들의 '하루 평균 스마트폰 사용 시간'과 '수학 성적'을 수집해 산점도를 그려봅니다. 음의 상관관계가 보이는지, 특정 그룹(예: 게임 앱 사용 시간에 따른 그룹)으로 나누어 상자 그림으로 비교했을 때 차이가 있는지 등을 시각화하고 어떤 그래프가 가장 효과적으로 메시지를 전달하는지 토론하는 활동입니다.

책 속 코너 정답 및 해설지

79쪽 시크릿 미션: 일상 속 확률을 조사해 보세요. (주제: 실제 확률과 체감 확률 비교)

로또 1등 당첨 확률(약 $\frac{1}{8,145,060}$)은 매우 낮지만 기대감은 큽니다. 반면 비행기 사고 확률(매우 낮음)에 대한 두려움은 자동차 사고 확률(상대적으로 높음)보다 큰 경우가 많습니다. 이처럼 실제 확률과 심리적 체감 확률 사이의 차이를 발견하는 것이 활동의 핵심입니다.

84쪽 시크릿 미션: 통계를 조작해 볼까요? (주제: p-값 조작 실험)

이 활동은 통계의 'p-해킹'을 체험하는 것입니다. 임의의 데이터 세트에서 극단값(outlier)을 제거하면 평균이나 표준편차가 변해 p-값이 유의미하게 (예: 0.05 이하로) 바뀔 수 있음을 관찰할 수 있습니다. 이를 통해 연구자가 의도적으로 데이터를 선택하면 결과를 왜곡할 수 있음을 이해하게 됩니다.

86쪽 시크릿 미션: 몬티홀 문제를 직접 내보세요. (주제: 몬티홀 문제 실험)

선택을 바꾸는 것이 유리합니다. 처음 선택이 맞을 확률은 $\frac{1}{3}$, 틀릴 확률은 $\frac{2}{3}$ 입니다. 사회자가 오답인 문 하나를 열어주면, 내가 고르지 않은 문 2개에 있던 $\frac{2}{3}$ 의 확률이 남은 문 하나에 집중됩니다. 따라서 선택을 바꾸면 당첨 확률이 $\frac{1}{3}$ 에서 $\frac{2}{3}$ 로 올라갑니다.

88쪽 시크릿 미션: 딸을 직접 보면 어떨까요? (주제: 조건부 확률(성별 문제))

$\frac{1}{2}$ 입니다. '최소 한 명이 딸'이라는 정보와 달리, '특정 한 아이가 딸'임이 확정되면 나머지 아이의 성별은 독립적인 사건이 됩니다. 따라서 남은 아이가 딸일 확률은 $\frac{1}{2}$, 아들일 확률은 $\frac{1}{2}$ 입니다.

89쪽 토크토크 수학 배틀: 확률과 직관 중에 무엇을 선택할까요? (주제: 확률과 직관의 대립)

확률 중시: 수학적 확률은 객관적 데이터에 기반하므로, 특히 반복 가능하고 중요한 결정에서 더 신뢰할 수 있는 결과를 가져온다고 주장합니다.
직관 중시: 확률이 설명 못하는 미묘한 상황이나 복잡한 변수들을 인간의 경험과 직관이 포착할 수 있으며, 특히 '후회'와 같은 심리적 비용을 고려해야 한다고 주장합니다.

103쪽 시크릿 미션: 뒤에 나올 동사를 예측해 보세요. (주제: 언어 모델 예측 실습)

예상 단어: '샀다', '준비했다', '골랐다', '주었다' 등. GPT와 같은 언어 모델은 방대한 텍스트 데이터 학습을 통해 '선물'이라는 단어 뒤에 통계적으로 가장 자주 등장하는 동사를 예측합니다. 따라서 위와 같은 단어들을 높은 확률로 제시할 것입니다. 실제로 생성형 AI에게 물어보며 결과를 확인해보세요.

107쪽 토크토크 수학 배틀: 인공지능과 함께 살아가려면 무엇을 준비해야 할까요? (주제: 미래 사회와 AI, 인간의 역량)

AI 활용 능력: AI를 효과적으로 사용하는 능력이 미래의 생산성을 좌우하는 핵심 역량이 될 것이라고 주장합니다. 인간의 전문 지식: AI의 한계(편향, 오류)를 인지하고, 결과를 비판적으로 검토하며, 윤리적 판단을 내리는 데에는 깊이 있는 전문 지식이 필수적이라고 주장합니다. 결론적으로 두 역량 모두를 키워야 한다는 방향으로 논의가 진행될 수 있습니다.

108쪽 한 걸음 더! 탐구노트: 데이터의 평균 외에 변이성을 함께 살펴야 하는 이유를 탐구해 보세요. (주제: 데이터 분석에서의 변이성)

'변이성'은 데이터가 평균으로부터 얼마나 흩어져 있는지를 나타냅니다. 평균이 같더라도 변이성이 크면 데이터의 편차가 심해(예: 매출이 들쑥날쑥함) 예측이 어렵고 불안정합니다. 반면 변이성이 작으면 데이터가 고르고(예: 꾸준한 매출) 안정적이어서 예측과 관리가 용이합니다. 따라서 평균과 변이성을 함께 봐야 데이터의 특성을 정확히 이해할 수 있습니다.

114쪽 시크릿 미션: 나의 하루 패턴을 찾아보세요. (주제: 개인 생활 패턴 분석)

스마트폰의 '스크린 타임'이나 '건강' 앱 데이터를 활용합니다. 시간대별 걸음 수나 앱 사용 시간을 꺾은선 그래프로 그리면, 등교/출근 시간, 점심시간, 귀가 시간 등에 활동량이 급증하는 주기적인 패턴을 발견할 수 있습니다.

123쪽 시크릿 미션: 원두와 우유를 얼마나 준비해야 할까요? (주제: 연립방정식 실생활 문제)

총 원두 약 1,154g, 우유 약 7.7L(7,700ml). 아메리카노 판매량을 x , 카페라테를 y 라 하면 $4000 \times 5000y = 500000$, $x = 2y$
두 식을 연립해 풀면 $y = \frac{500}{13}$ (약 38.5), $x = \frac{1000}{13}$ (약 76.9)이 나옵니다. 총 원두량: $10x + 10y = 10(x + y) \approx 1154g$.
총 우유량: $200y \approx 7692ml$.

책 속 코너 정답 및 해설지

131쪽 시크릿 미션: 언제쯤 목표량을 달성할 수 있을지 구해보세요. (주제: 일차함수 목표 달성 시점 예측)

예시: 목표 금액 1000만원, 현재 200만원 보유, 매달 50만원 저축. 식: $y = 50x + 200$ (y : 총액, x : 개월 수). $1000 = 50x + 200$ 을 풀면 $50x = 800$, 즉 $x = 16$. 16개월 후 목표를 달성할 수 있습니다.

148쪽 시크릿 미션: 무엇을 예측하고 싶나요? (주제: 미적분을 활용한 예측 탐구)

예시: '주가 변동 예측', '전염병 확산 속도 예측'. 주가 그래프의 특정 지점에서의 '순간 변화율'(미분)은 주가의 상승 또는 하락 추세를 파악하는 데 사용됩니다. 전염병 확산 모델(SIR 모델)은 시간에 따른 감염자 수의 변화율을 미분방정식으로 표현하여 미래의 확산 규모를 예측합니다.

153쪽 시크릿 미션: 제논의 역설을 더 찾아볼까요? (주제: 제논의 역설 탐구)

화살의 역설: 날아가는 화살은 어느 한 순간에는 정지해 있다. 시간은 무한한 순간의 합이므로, 화살은 결코 움직일 수 없다.
이분법의 역설: 목표 지점까지 가려면 먼저 절반을 가야 하고, 남은 거리의 절반을 가야 하는 과정을 무한히 반복해야 하므로 영원히 도착할 수 없다.

154쪽 한 걸음 더! 탐구노트: 복잡한 곡선을 단순한 곡선으로 근사하기, 테일러급수 (주제: 테일러급수를 이용한 함수 근사)

테일러급수는 복잡한 함수(예: $\sin(x)$, e^x)를 계산하기 쉬운 다항함수($a + bx + cx^2 + \dots$)의 합으로 근사하는 방법입니다. 미분을 반복하여 각 항의 계수를 구하며, 항을 더할수록 원래 함수와 점점 더 비슷해집니다. 컴퓨터가 계산기에서 삼각함수 값을 계산할 때 이 원리를 사용합니다.

162쪽 시크릿 미션: 입체가 모이면 어떻게 될까요? (주제: 차원의 확장)

3차원 공간(입체)들이 모이면 4차원 공간(초공간)의 일부를 형성할 수 있습니다. 우리가 2차원 평면을 쌓아 3차원 입체를 만들듯, 3차원 공간들을 '시간'이나 또 다른 미지의 축을 따라 쌓으면 4차원 구조가 됩니다. 4차원 도형의 예로는 '테서랙트(초입방체)'가 있습니다.

169쪽 시크릿 미션: 이상의 작품을 더 파헤쳐 보아요. (주제: 시인 이상의 작품 분석)

이상의 시 「거울」에서는 좌우가 바뀌는 '대칭'의 개념을 통해 자아의 분열과 단절을 표현합니다. 「삼차각설계도」는 제목부터 3차원 도형을 암시하며, 숫자와 기호의 배열을 통해 기존의 질서를 해체하고 새로운 차원의 공간을 구축하려는 시도를 보여줍니다.

171쪽 시크릿 미션: 한 점에서 만날 수 있는 퍼즐 조각의 개수를 알아봅시다. (주제: 테셀레이션의 원리)

한 꼭짓점에 모인 내각의 합이 360도가 되어야 평면을 빙틈없이 채울 수 있습니다. 이 조건을 만족하는 정다각형은 정삼각형($60^\circ \times 6$), 정사각형($90^\circ \times 4$), 정육각형($120^\circ \times 3$)뿐입니다. 정오각형(108°) 등 다른 정다각형은 합이 360도가 되지 않아 불가능합니다.

172쪽 시크릿 미션: 나도 에서! 나만의 테셀레이션을 만들어보세요. (주제: 테셀레이션 만들기 실습)

에서 스타일의 테셀레이션은 기본 도형(예: 사각형)의 한 변을 변형한 뒤, 그 부분을 평행이동, 회전, 대칭이동하여 반대편 변에 똑같이 붙이는 원리로 만들어집니다. 이 과정을 통해 전체 넓이는 변하지 않으면서 서로 맞물리는 새로운 모양의 타일이 생성됩니다.

174쪽 시크릿 미션: 사이클로이드 곡선을 찾아보세요. (주제: 사이클로이드 곡선 탐구)

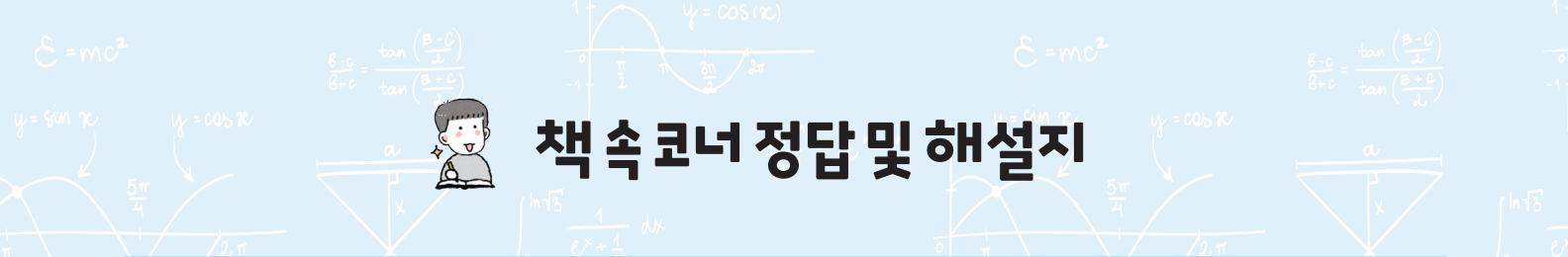
'사이클로이드'는 원이 직선 위를 굴러갈 때 원 위의 한 점이 그리는 궤적입니다. 중력 하에서 물체가 가장 빨리 내려오는 경로(최단강하곡선)이며, 이는 직선이나 다른 곡선 경로보다 빠릅니다. 놀이터의 미끄럼틀이나 롤러코스터 트랙 설계에 이 원리가 응용됩니다.

178쪽 시크릿 미션: 컴퓨터로 원주율을 자릿수를 구해보세요. (주제: 컴퓨터를 이용한 원주율 계산)

휴대폰 계산기의 'π' 버튼을 누르거나, 파이썬과 같은 프로그래밍 언어에서 math.pi를 출력하면 원주율의 근삿값을 쉽게 확인할 수 있습니다. 이는 아르키메데스의 방법보다 훨씬 발전된 '무한급수'나 '반복 알고리즘'을 통해 계산된 결과입니다.

184쪽 시크릿 미션: 치즈를 8등분 하려면 어떻게 해야 할까요? (주제: 도형 등분 문제)

여러 방법이 있습니다. 1) 가로, 세로로 중심을 지나는 두 선과 두 대각선을 모두 그으면 8개의 직각이등변삼각형이 생깁니다.
2) 가로로 3개의 선을 그어 4등분 한 뒤, 세로로 중심선을 그으면 8개의 직사각형이 생깁니다.



책 속 코너 정답 및 해설지

187쪽 토크토크 수학 배틀: 논리 vs. 실용, 무엇이 더 중요할까요? (주제: 수학의 이론과 실용)

☞ 정답은 없습니다. 이론적 접근(그리스): 엄밀한 논리적 증명을 통해 수학의 체계를 세우고, 이는 후대 과학 발전의 근본이 되었다고 주장합니다. 실용적 접근(중국): 측량, 천문 등 현실 문제 해결을 통해 수학이 인류 문명에 직접 기여했으며, 이러한 필요성이 수학 발전을 이끌었다고 주장합니다. 현대에는 두 접근이 상호보완적이라는 시각이 일반적입니다.

189쪽 시크릿 미션: 15°를 어떻게 각도할까요? (주제: 15도 각도 각도)

☞ 15°는 각도 가능합니다. 1) 정삼각형을 각도하여 60°를 만듭니다. 2) 60°를 이등분하여 30°를 만듭니다. 3) 30°를 다시 이등분하여 15°를 만듭니다. (각의 이등분은 각도 가능) 임의의 각을 3등분하는 것이 불가능하다는 의미입니다.

199쪽 시크릿 미션: 주변에 있는 산의 등산로를 만들어보세요. (주제: 등산로 설계)

☞ 등고선 지도를 보고, 등고선과 등고선 사이의 간격이 가장 넓은 곳을 따라 경로를 그립니다. 경사가 급한 곳(등고선 간격이 좁은 곳)은 지그재그(switchback) 형태로 여러 번 왕복하며 올라가도록 그리면 전체적인 경사도를 낮출 수 있습니다.

200쪽 토크토크 수학 배틀: 최적의 값을 한 번에 찾으려면요? (주제: 최적화 문제 해결 방법)

☞ 현실 세계의 문제는 변수가 너무 많고 복잡하여, 모든 경우를 한 번에 계산하는 것이 불가능(NP-hard 문제)하기 때문입니다. 또한, '가장 좋은 값'처럼 보이는 '지역 최적점(local optimum)'에 빠져 '진짜 가장 좋은 값'인 '전역 최적점(global optimum)'을 놓칠 수 있기 때문에, 경사하강법처럼 점진적으로 탐색하는 방법이 사용됩니다.

213쪽 시크릿 미션: 나만의 착시 도형을 만들어보세요. (주제: 착시 도형 만들기)

☞ 실종된 정사각형 퍼즐'이 대표적인 예입니다. 여러 조각으로 큰 직각삼각형을 만든 뒤, 조각들을 재배열하여 똑같은 크기의 삼각형처럼 보이게 만들지만 내부에 한 칸의 빈 공간이 생기도록 합니다. 이 착시는 큰 삼각형의 빗변이 사실은 미세하게 굽어있는(기울기가 다른 두 직선으로 이루어진) 사각형이기 때문에 발생합니다.

214쪽 한 걸음 더! 탐구노트: 달고나의 난이도는 왜 다를까요? (주제: 도형의 구조와 안정성 (달고나))

☞ 난이도가 높은 이유는 오목각(180° 보다 큰 안쪽 각) 때문입니다. 별이나 우산 모양의 뾰족한 안쪽 부분(오목각)에 힘(바늘로 찌르는 충격)이 가해지면 응력이 집중되어 쉽게 금이 갑니다. 반면 삼각형처럼 모든 각이 불록하면 힘이 분산되어 잘 깨지지 않습니다. 달고나 난이도 지수는 (오목각의 개수) \times (오목각의 뾰족한 정도) 등으로 수치화해볼 수 있습니다.



$$B - y$$

$$W_e = q \Delta V$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \dots$$



$$B$$